

МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ДИВЕРСИФІКОВАНОЇ БІЗНЕС-ГРУПИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Т. В. Касянчук

Магістр стратегічного менеджменту,
аспірант кафедри стратегії підприємств

Державний вищий навчальний заклад «Київський національний
економічний університет імені Вадима Гетьмана»
проспект Перемоги, 54/1, м. Київ, 03680, Україна
i-tatjana@yandex.ua

Розкриті у статті методологічні проблеми класичних моделей оптимізації портфеля зумовили пошук нових шляхів вирішення основної задачі портфельної теорії, що передбачає знаходження оптимальної інвестиційної структури, яка може забезпечити зниження ризику за відповідного фіксованого доходу, або гарантувати більший дохід при фіксованому рівні ризику. Методологічні розробки в області штучного інтелекту і, зокрема, поява теорії нечітких множин і нечіткої логіки дозволили вирішити проблему формування оптимального інвестиційного портфеля на новій науковій основі. Метою даного дослідження є побудова моделі оптимізації інвестиційного портфеля диверсифікованої групи компаній з використанням методів оцінки ризику, які базуються на нечітко-множинній методології. У цій статті побудовано нечітко-множинну економіко-математичну модель, яка дозволяє отримати ефективну межу інвестиційного портфеля і визначити відповідну оптимальну структуру капіталовкладень на основі базового методу оцінки ризику із урахуванням ризику опортуністичної поведінки, обумовленої бажанням присвоїти додатковий дохід (квзіренту). Використання такої моделі може дозволити керівнику диверсифікованої бізнес-групи підвищити ефективність процесу прийняття рішень щодо оптимальної структури інвестицій у розвиток основних напрямів діяльності групи, враховуючи ризики, пов'язані з невизначеністю зовнішнього середовища.

Ключові слова: *корпоративні інвестиції, нечітко-множинний аналіз, математичні методи, ризик, оптимізація, неповні контракти, диверсифікована бізнес-група.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ ДИВЕРСИФИЦИРОВАННОЙ БИЗНЕС-ГРУППЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Т. В. Касянчук

Магистр стратегического менеджмента,
аспирант кафедры стратегии предприятий

Государственное высшее учебное заведение «Киевский национальный
экономический университет им. Вадима Гетьмана»
проспект Победы, 54/1, г. Киев, 03680, Украина
i-tatjana@yandex.ua

Раскрытые в статье методологические проблемы классических моделей оптимизации портфеля привели к поиску новых путей решения основной задачи портфельной теории, предполагающей определение оптимальной инвестиционной структуры, которая может обеспечить снижение риска при соответствующем фиксированном доходе или гарантирует больший доход при фиксированном уровне риска. Методологические разработки в области искусственного интеллекта и, в частности, появление теории нечетких множеств и нечеткой логики позволили решить проблему формирования оптимального инвестиционного портфеля на новой научной основе. Целью данного исследования является построение модели оптимизации инвестиционного портфеля диверсифицированной группы компаний с использованием методов оценки риска, базирующихся на нечетко-множественной методологии. В этой статье построена нечетко-множественная экономико-математическая модель, позволяющая получить эффективную границу инвестиционного портфеля и определить оптимальную структуру капиталовложений при использовании базового метода оценки риска с учетом риска оппортунистического поведения, обусловленного желанием присвоения дополнительного дохода (квази-ренды). Использование представленной модели может предоставить возможность руководителю диверсифицированной бизнес-группы повысить эффективность процесса принятия решений по оптимизации структуры инвестиций в развитие основных направлений деятельности группы, принимая во внимание риски, связанные с неопределенностью внешней среды.

Ключевые слова: корпоративные инвестиции, нечетко-множественный анализ, математические методы, риск, оптимизация, неполные контракты, диверсифицированная бизнес-группа.

MODELLING OF OPTIMAL INVESTMENT PORTFOLIO OF DIVERSIFIED BUSINESS-GROUP UNDER UNCERTAINTY

Tetyana Kasyanchuk

Master's Degree in Strategic Management,
PhD student, Department of strategy of enterprises

Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
54/1 Peremogy Avenue, Kyiv, 03680, Ukraine
i-tatjana@yandex.ua

Methodological problems of classical portfolio optimization models have led to the search for new ways to solving the main problem of portfolio theory, which assumes the existence of optimal investment structure that can provide risk reduction under a fixed income, or assures more income under fixed level of risk. The methodology development of artificial intelligence and in particular, the emergence of fuzzy set theory and fuzzy logic are allowed to solve the problem of forming optimal investment portfolio on a new scientific basis. The aim of this study is the construction of a model of optimization the investment portfolio of the diversified group of companies with the use of risk assessment techniques, which are based on fuzzy-sets methodology. The fuzzy-set economic and mathematical model is built in this article which allows to obtain the efficient frontier of the investment portfolio and to determine the optimal structure of investments by using of the basic method of risk assessment the method that takes into account the risk of opportunistic behavior, due to the desire to assign additional income (quasi-rent) is determined in this paper. The use of the presented model may allow to the head of diversified business group to increase the effectiveness of decisionmaking about the optimal investment structure in the development of the main activities of the group, taking into account the risks caused by the uncertainty of the business environment.

Keywords: *corporate investment, fuzzy sets analysis, mathematical methods, risk, optimization, incomplete contracts, diversified business group.*

JEL Classification: G3, C61, D81, D82, D86

Постановка проблеми

Вирішення проблеми ефективного розподілу наявного інвестованого капіталу, який би зводив ризик до мінімуму, і формування оптимального портфеля інвестицій вперше було запропо-

новано Марковіцем Г. [39—41]. Спроби розвитку і удосконалення цієї моделі обумовили появу великої кількості наукових результатів у сфері дослідження ризику і дохідності в процесі диверсифікації та були втілені в моделях Тобіна Дж. [43], Шарпа У. [42], квазі-Шарпа [28], моделі Фама і Френча [36; 37] та ін. Головною проблемою цих моделей виявилася «...методологічна неспроможність використовувати ступінь волатильності (в будь-якій формі) як міри ризику» [29, с. 9].

Аналіз останніх досліджень і публікацій дав змогу виявити, що за останні десятиліття в теорії інвестиційного управління стали активно використовуватися елементи штучного інтелекту, зокрема теорія нечітких множин і нечіткої логіки, які надають можливість приймати ефективніші інвестиційні рішення, враховуючи невизначеність бізнес-середовища. В даному контексті досліджень уваги заслуговують роботи Недосекина О. О. [16—25], Ділігенського Н. В., Севастьянова П. В., Димової Л. Г. [29, 7], Алтуніна А. Є., Семухіна В. М. [2], Аньшина В. М., Дьомкіна І. В., Царькова І. Н., Ніконова І. М. [3], а також роботи вітчизняних дослідників — Зайченка Ю., Есфандіярфард М. [11], Добряк В. С., Мазорчук М. С., Бакуменко Н. С. [8], Смирнова А. В. [30] та ін. Наявність такої кількості ґрунтовних досліджень у рамках портфельної теорії свідчить про розвиток нового наукового напрямку та про практичне значення отриманих результатів.

Головна мета цього дослідження полягає в побудові економіко-математичної моделі оптимізації інвестиційного портфеля з використанням нечітко-множинної методології оцінки ризику.

Основні результати дослідження

У зв'язку з новітніми тенденціями розвитку портфельної теорії останнім часом серйозної критики зазнали класичні моделі оптимізації інвестиційного портфеля, яка розгорнуто представлена в роботах [3, с. 9; 11, с. 279; 20, с. 12; 21, с. 42; 29, с. 9] та ін. Критика ймовірнісних моделей представниками нового наукового напрямку стосується, передусім, вихідного положення про те, що ефективність портфеля та параметри розподілу дохідностей портфеля описується нормальним законом розподілу випадкової величини. Звідси впливає необґрунтованість використання середньоквадратичного відхилення випадкової величини дохідності від її математичного очікування, що обумовлено «... відсутністю

стаціонарних цінових процесів» [16, с. 151]. Крім того, доводиться недоречність використання показника парної кореляції для розрахунків ступеня ризику інвестиційного портфеля в силу того, що вона відображає лише ступінь лінійної залежності між часовими рядами дохідностей складових портфеля [29, с. 9; 16, с. 151].

Разом з тим, згідно класичного підходу ризик портфеля знижуватиметься, коли загальна його волатильність прямуватиме до нуля. Застосування кореляції передбачає таку можливість, якщо ми відбираємо до портфеля активи з протилежною динамікою (тобто для зниження загального ризику одночасно із зростаючим активом ми маємо відібрати актив, дохідність якого від'ємна). Зрозуміло, що для формування інвестиційного портфеля такий підхід неприйнятний.

Крім того, моделювання інвестиційного портфеля завжди носить цільовий характер, а головними параметрами при управлінні його структурою є очікувана ефективність і ризик. Відтак, перед портфельним менеджером постає задача досягти однієї із поставлених інвестором цілей: отримати максимальну ефективність інвестиційного портфеля при фіксованому рівні ризику, або звести ризик інвестиційного портфеля до мінімуму при заданих значеннях дохідності. Це завдання залежить від поставлених інвестором цілей.

В авторській статті [12] ми запропонували включити до області оцінювання ступеня ризику ще один ризиковий аспект інвестиційної діяльності, пов'язаний з настанням такої події, як «позитивний» ризик, тобто ситуації, коли ефективність інвестиційного портфеля (*PR*) перевищуватиме граничну умову ефективності (*G*), яка, в свою чергу, задається на основі експертних оцінок або на основі інтуїції, досвіду та наявної інформації у інвестора щодо бажаного рівня ефективності інвестиційного портфеля.

Відмінність ідеї вимірювати «позитивний» ризик від існуючих нині полягає в тому, що переважна більшість дослідників розуміє під ризиком неефективність інвестицій, або іншими словами, розмір збитків на одиницю невизначеності. Саме така ризикова концепція є превалюючою і зустрічається в роботах Недосекина О. О. [24, с. 2; 25, с. 2; 23, с. 65] і Воронова К. І. [18], Тишук Т. А. [31, с. 11], Дерев'янка П. М. [6, с. 17], Коцюби О. С. [13—15], Севастьянова П. В. і Димової Л. Г. [29, с.9], Забардаста А. [9,

с. 18; 10, с. 17]. При цьому «позитивна» компонента ризику відсутня у вищевказаних моделях.

Ще одна відмінність запропонованого методу полягає в тому, що в роботах попередніх дослідників розглядаються вироджені випадки задач оцінки ризику, за виключенням роботи Недосєкіна О. О. [16, с. 77; 23, с. 65], в якій розглядається загальний випадок, коли і ефект, і гранична умова проекту є нечіткими числами довільного виду.

Пояснимо наш метод оцінювання ризику інвестиційного портфеля на прикладі деякої диверсифікованої групи компаній, яка планує здійснювати інвестиції в розвиток своїх стратегічних напрямів діяльності (СНД), кількість яких рівна числу k . Кожному СНД відповідає деяка змінна x_m , що являє собою частку вкладених інвестиційних коштів у розвиток m -го напрямку діяльності. При цьому з кожним СНД пов'язаний показник рентабельності інвестованого капіталу m -го стратегічного напрямку діяльності ROI_m , який відображає ефективність інвестиційних вкладень у розвиток відповідного напрямку діяльності диверсифікованої групи компаній, і розраховується як відношення фінансового результату від операційної діяльності до операційного інвестованого капіталу:

$$ROI_m = \frac{EBIT_m}{OIC_m} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

де $EBIT_m$ — фінансовий результат від операційної діяльності (балансовий прибуток) m -го напрямку діяльності; OIC_m — операційний інвестований капітал m -го напрямку діяльності, розрахований згідно з [27].

В умовах відсутності чіткої інформації щодо ефективності стратегічних напрямів діяльності групи компаній, рентабельність інвестованого капіталу можна представити як нечітке трапезоїдне число довільного виду з параметрами $ROI_m = (ROI_{m_{\min}}, \underline{ROI}_m, \overline{ROI}_m, ROI_{m_{\max}})$, де ліва та права границі нижньої основи трапеції $ROI_{m_{\min}}$ та $ROI_{m_{\max}}$ визначаються як мінімальне та максимальне значення ROI за m -м видом діяльності у попередніх періодах. Границі верхньої основи трапеції $\underline{ROI}_m$ та $\overline{ROI}_m$ визначаються на основі довірчого інтервалу.

Параметри дохідності інвестиційного портфеля групи компаній можна визначити як добуток часткового розподілу інвестиційних коштів (x_m) і відповідних параметрів ефективності окремих інвестиційних активів (ROI_m) m -го напрямку діяльності групи компаній:

$$\begin{aligned} PR_{\min} &= \sum_{m=1}^k (ROI_{m_{\min}} \cdot x_m), & \underline{PR} &= \sum_{m=1}^k (\underline{ROI}_m \cdot x_m), \\ \overline{PR} &= \sum_{m=1}^k (\overline{ROI}_m \cdot x_m), & PR_{\max} &= \sum_{m=1}^k (ROI_{m_{\max}} \cdot x_m), \end{aligned} \quad (2)$$

де $PR_{\min}$ — нижня мінімальна межа дохідності інвестиційного портфеля; $\underline{PR}$ — верхня мінімальна межа дохідності інвестиційного портфеля; $\overline{PR}$ — нижня максимальна межа дохідності інвестиційного портфеля; $PR_{\max}$ — верхня максимальна межа дохідності інвестиційного портфеля.

Таким чином, параметром ефективності інвестиційного портфеля диверсифікованої групи компаній в цій ситуації є відповідний рівень рентабельності операційного інвестованого капіталу m -го стратегічного напрямку діяльності даної бізнес-групи, представлений у вигляді нечіткого трапезоїдного числа довільного виду з параметрами $PR = (PR_{\min}, \underline{PR}, \overline{PR}, PR_{\max})$, що проілюстровано на рис. 1. При цьому в якості показника ефективності можна використати будь-який інший параметр, залежно від об'єкта оцінки.

За умов відсутності чіткої інформації, на основі якої можна визначити граничну умову ефективності інвестиційного портфеля даної групи компаній, цей параметр можна представити як нечітке трикутне число довільного виду з параметрами $(G_{\min}, \bar{G}, G_{\max})$ на основі експертного методу, враховуючи досвід, поінформованість інвестора, його психологічні особливості та індивідуальну схильність до ризику.

Встановлені параметри границь нижньої та верхньої основи трапеції являють собою нечітке число ефективності інвестиційного портфеля (PR), де верхня основа трапеції відображає абсолютну впевненість експерта щодо множини можливих значень показника ефективності даного інвестиційного портфеля (абсолютна належність носія даному класу); всі значення за межами

нижньої основи трапеції відображають можливі значення показника ефективності, що не мають зв'язку з даним інвестиційним портфелем (абсолютна неналежність носія даному класу); бічні ребра трапеції — зниження (зростання) впевненості експерта в оцінці множини можливих значень ефективності даного інвестиційного портфеля групи компаній. Функція $\mu(PR)$, яка співставляє кожному значенню ефективності інвестованого капіталу (ROI) число з інтервалу $[0, 1]$, що є ступенем належності кожного окремого значення ефективності інвестицій (PR) до інвестиційного портфеля даної групи компаній. Чим ближче величина $\mu(PR)$ до одиниці, тим вищим є ступінь належності значення ROI до нечіткої множини PR . І навпаки — чим менше величина $\mu(PR)$, тим нижче ступінь належності значення ROI до нечіткої множини PR .

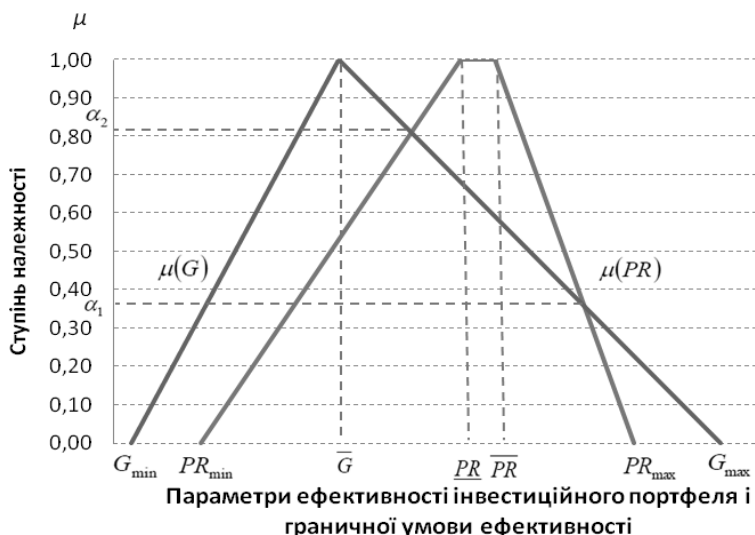


Рис. 1. Нечіткі параметри інвестиційного портфеля для оцінки ризику інвестиційного портфеля групи компаній

При цьому, $PR \in [PR_{\min}, \overline{PR}]$ при заданому рівні достовірності даних (α) відображає варіанти максимально можливої неефективності інвестиційного портфеля групи компаній, $PR \in [\underline{PR}, PR_{\max}]$

при заданому рівні достовірності даних (α) відображає максимально можливий розмір додаткової доходності даного інвестиційного портфеля, де α — це спільне значення двох функцій належності $\mu(PR)$ і $\mu(G)$ при їхньому перетині (див. рис. 1).

З метою пояснення даної концепції ризику інвестиційного портфеля диверсифікованої групи звернемося до прикладу, наведеного у [23, с. 62], де розглянуто спосіб оцінки можливості події $PR < G$, якій відповідає ризикова ситуація втрат або недоотримання інвестиційного доходу (на рис. 2 відповідає лівій заштрихованій трапеції).

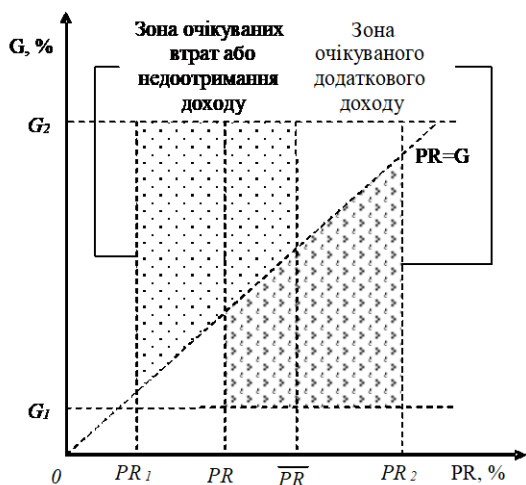


Рис. 2. Зона крайніх інвестиційних очікувань

Джерело: Недосєкін О.О. [23, с. 62] і доповнено автором

Наш підхід, крім події неефективності інвестицій, передбачає можливість врахування події $PR > G$, що відображає настання ситуації недоотримання інвестором прибутку від вкладень у разі успішної реалізації проекту, що на рис. 2 відповідає правій заштрихованій трапеції.

Настання останньої події (недоотримання інвестиційного доходу) свідчить про «позитивний» ризик, який, згідно з основними постулатами неінституційної теорії (Вільямсон О. Е. [5, 26, 32], Коуз Р. [33], Клейн Б., Кроуфорд Р. Дж., Алчян А. А. [38], Дем-

сець Г. [26] та ін.), виникає внаслідок опортунізму поведінки учасників інвестиційного процесу (використання неповної або викривленої інформації, особливо коли мова йде про умисний обман, викривлення і замовчування істини чи інших методів заплутування партнерів [5, с. 98]). Подібна ситуація може обумовлюватись високим ступенем специфічності активів у поєднанні з такими факторами, як невизначеність бізнес-середовища, обмежений раціоналізм поведінки та висока частота трансакцій [5, с. 133], що особливо проявляється під час укладення короткострокових контрактів.

Не маючи чіткої інформації про ефективність та відповідну граничну умову, ступінь ризику інвестиційного портфеля можна визначити як імовірність потрапляння точки (PR, G) в зону неефективних інвестицій [23, с. 63] на рис. 2.

Для того, щоб вивести функцію ризику інвестиційного портфеля, необхідно виразити параметри PR і G через заданий рівень достовірності даних α (спільне значення двох функцій належності $\mu(PR)$ і $\mu(G)$).

Знайти конкретне значення α найпростіше із загального рівняння прямої $f(x) = a \cdot x + b$, за допомогою якої можна описати функції належності $\mu(PR)$ і $\mu(G)$, які є характеристичними функціями належності відповідних аргументів цих функцій — PR і G до відповідних підмножин, якими є нечіткі параметри ефективності $(PR_{\min}, \underline{PR}, \overline{PR}, PR_{\max})$ та граничної умови ефективності $(G_{\min}, \underline{G}, G_{\max})$ даного інвестиційного портфеля.

Знайшовши коефіцієнти $a = \frac{1}{\underline{PR} - PR_{\min}}$ і $b = \frac{PR_{\min}}{\underline{PR} - PR_{\min}}$ із загального рівняння прямої шляхом графічного аналізу лінійної функції, якою на рис. 1 є ліве ребро трапеції – нечіткого параметра ефективності інвестиційного портфеля, заданого у вигляді $(PR_{\min}, \underline{PR}, \overline{PR}, PR_{\max})$, можемо виразити відповідну частину складеної функції належності $\mu(PR)$:

$$\alpha(PR_1) = \frac{1}{\underline{PR} - PR_{\min}} \cdot PR_1 - \frac{PR_{\min}}{\underline{PR} - PR_{\min}}, \quad (3)$$

або

$$PR_1 = \alpha(\underline{PR} - PR_{\min}) + PR_{\min}. \quad (4)$$

Аналогічним чином визначаємо PR_2, G_1, G_2 :

$$PR_2 = PR_{\max} - \alpha(PR_{\max} - \overline{PR}), \quad (5)$$

$$G_1 = \alpha(\overline{G} - G_{\min}) + G_{\min}, \quad (6)$$

$$G_2 = G_{\max} - \alpha(G_{\max} - \overline{G}). \quad (7)$$

Виведення функцій «негативного» (PR^-) і «позитивного» (PR^+) ризику в [12] було здійснено шляхом аналітичної оцінки проєкцій параметрів ефективності інвестиційного портфеля та граничної умови ефективності на пряму $G = PR$ на рис. 2, кожна точка якої відображає рівність двох відповідних параметрів, закріплених за осями абсцис (ефективність або дохідність інвестиційного портфеля) і ординат (гранична умова ефективності інвестиційного портфеля). Прямокутник, обмежений зверху і знизу прямими $G = G_1$ і $G = G_2$ (відповідно нижня і верхня межа граничної умови ефективності інвестиційного портфеля), а також справа і зліва прямими $PR = PR_1$ і $PR = PR_2$ (відповідно нижня і верхня межа ефективності інвестиційного портфеля), представляє собою загальне поле невизначеності, яке описується функцією:

$$f(PR, G, \alpha) = (PR_2 - PR_1)(G_2 - G_1). \quad (8)$$

Зауважимо, що у формулі (8) показники PR_1 та PR_2 є залежними від рівня достовірності даних α .

У даному контексті невизначеність розглядається не як неповнота чи неточність інформації про умови реалізації проєкту [6, с. 397], а як множина рівноможливих подій, які характеризують результат інвестиційного процесу [27, с. 62]. У такому випадку ймовірність отримання деякого рівня ефективності інвестиційного портфеля буде визначатись як співвідношення площі на рис. 2, що відповідає цьому рівню ефективності, до загальної площі множини можливих портфелів (8). Тобто, розмір негативного і позитивного ризику при заданому рівні α можна визначити як геометричну ймовірність потрапляння точки (PR, G) в зону неефективних інвестицій:

$$\varphi(\alpha) = \frac{PR^-}{(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1)}, \quad (9)$$

$$\gamma(\alpha) = \frac{PR^+}{(G_2 - G_1)(PR_2 - \underline{PR})}. \quad (10)$$

На рис. 2 наведено випадок $G_1 < PR_1 < PR_2 < G_2$, для якого площа заштрихованої плоскої фігури, що відображає зону неефективних інвестицій, дорівнює площі трапеції з основами $(G_2 - PR_1)$ і $(G_2 - \overline{PR})$ і висотою $(\overline{PR} - PR_1)$. Водночас площа заштрихованої плоскої фігури, що відображає зону очікуваного додаткового прибутку, рівна площі трапеції з основами $(\underline{PR} - G_1)$ і $(PR_2 - G_1)$ і висотою $(PR_2 - \underline{PR})$. Для всіх інших можливих випадків будуть інші графіки і розраховуються площі відповідних фігур.

Взаємне розміщення параметрів G і PR дає змогу зробити наступні узагальнення оцінок «негативного» ризику (табл. 1) та «позитивного» ризику (табл. 2).

Таблиця 1

ОЦІНКА «НЕГАТИВНОГО» РИЗИКУ

Інтервал (n)	Відхилення, при якому гранична умова ефективності перевищує прибутковість інвестиційного портфеля (PR^-)	Розміщення
	у межах випадку $G_2 \leq PR_1$	
1	0	
	у межах випадку $G_1 < PR_1 < G_2 \leq PR_2$	
2	$\frac{(G_2 - PR_1) + (G_2 - \overline{PR})}{2}(\overline{PR} - PR_1)$	$G_2 > \overline{PR}$
3	$\frac{(G_2 - PR_1)^2}{2}$	$G_2 \leq \overline{PR}$
	у межах випадку $PR_1 \leq G_1 < G_2 \leq PR_2$	
4	$(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1) - \frac{(\overline{PR} - G_1)^2}{2}$	$(G_1 < \overline{PR}) \cap (G_2 > \overline{PR})$

Закінчення табл. 1

Інтервал (n)	Відхилення, при якому гранична умова ефективності перевищує прибутковість інвестиційного портфеля (PR^-)	Розміщення
5	$\frac{(G_2 - PR_1) + (G_1 - PR_1)}{2} (G_2 - G_1)$	$G_2 \leq \overline{PR}$
6	$(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1)$	$G_1 > \overline{PR}$
	у межах випадку $G_1 \leq PR_1 < PR_2 \leq G_2$	
7	$\frac{(G_2 - PR_1) + (G_2 - \overline{PR})}{2} (\overline{PR} - PR_1)$	
	у межах випадку $PR_1 \leq G_1 \leq PR_2 \leq G_2$	
8	$(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1) - \frac{(\overline{PR} - G_1)^2}{2}$	$G_1 < \overline{PR}$
9	$(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1)$	$G_1 > \overline{PR}$
	у межах випадку $PR_2 \leq G_1$	
10	$(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1)$	

Джерело: власні розробки автора

Таблиця 2

ОЦІНКА «ПОЗИТИВНОГО» РИЗИКУ

Інтервал (n)	Відхилення, при якому прибутковість інвестиційного портфеля (PR^+) перевищує граничну умову ефективності	Розміщення
	у межах випадку $G_2 \leq PR_1$	
1	$(PR_2 - \overline{PR})(G_2 - G_1)$	
	у межах випадку $G_1 < PR_1 < G_2 \leq PR_2$	

Закінчення табл. 2

Інтервал (п)	Відхилення, при якому прибутковість інвестиційного портфеля (PR^+) перевищує граничну умову ефективності	Розміщення
2	$(PR_2 - \underline{PR})(G_2 - G_1)$	$G_2 \leq \underline{PR}$
3	$(PR_2 - \underline{PR})(G_2 - G_1) - \frac{(G_2 - \underline{PR})^2}{2}$	$G_2 > \underline{PR}$
у межах випадку $PR_1 \leq G_1 < G_2 \leq PR_2$		
4	$(PR_2 - \underline{PR})(G_2 - G_1)$	$G_2 \leq \underline{PR}$
5	$(PR_2 - \underline{PR})(G_2 - G_1) - \frac{(G_2 - \underline{PR})^2}{2}$	$(G_1 \leq \underline{PR}) \cap (G_2 > \underline{PR})$
6	$\frac{(PR_2 - G_1) + (PR_2 - G_2)}{2}(G_2 - G_1)$	$G_1 > \underline{PR}$
у межах випадку $G_1 \leq PR_1 < PR_2 \leq G_2$		
7	$\frac{(\underline{PR} - G_1) + (PR_2 - G_1)}{2}(PR_2 - \underline{PR})$	
у межах випадку $PR_1 \leq G_1 \leq PR_2 \leq G_2$		
8	$\frac{(\underline{PR} - G_1) + (PR_2 - G_1)}{2}(PR_2 - \underline{PR})$	$G_1 \leq \underline{PR}$
9	$\frac{(PR_2 - G_1)^2}{2}$	$G_1 > \underline{PR}$
у межах випадку $PR_2 \leq G_1$		
10	0	

Джерело: власні розробки автора

Для того, щоб вивести функцію очікування ризику інвестиційного портфеля, необхідно виразити параметри PR і G через середньоінтервальне ($\bar{\alpha}$) значення функцій належності $\mu(PR)$ і $\mu(G)$, де α — це спільне значення двох функцій належності $\mu(PR)$ і $\mu(G)$ при їхньому перетині, а $\bar{\alpha}$ — середньоарифметичне значення двох сусідніх значень α .

На основі коефіцієнтів $a = \frac{1}{\underline{PR} - PR_{\min}}$ і $b = \frac{PR_{\min}}{\underline{PR} - PR_{\min}}$ за аналогією із (3)—(7) можемо знайти нечіткі значення параметрів ефективності та граничної умови ефективності інвестиційного портфеля:

$$\bar{\alpha}(PR_1) = \frac{1}{\underline{PR} - PR_{\min}} \cdot PR_1 - \frac{PR_{\min}}{\underline{PR} - PR_{\min}}, \quad (11)$$

або

$$PR_1 = \bar{\alpha}(\underline{PR} - PR_{\min}) + PR_{\min}. \quad (12)$$

Аналогічним чином визначаємо PR_2 , G_1 , G_2 :

$$PR_2 = PR_{\max} - \bar{\alpha}(PR_{\max} - \underline{PR}), \quad (13)$$

$$G_1 = \bar{\alpha}(\bar{G} - G_{\min}) + G_{\min}, \quad (14)$$

$$G_2 = G_{\max} - \bar{\alpha}(G_{\max} - \bar{G}). \quad (15)$$

Як уже зазначалось вище, очікування ризику можна розрахувати як відношення функції відповідного відхилення ефективності (дохідності) інвестиційного портфеля від граничної умови ефективності до функції загальної невизначеності (8):

$$\varphi(\bar{\alpha}) = \frac{PR^-}{(G_2 - G_1)(PR_2 - PR_1)}, \quad (16)$$

$$\gamma(\bar{\alpha}) = \frac{PR^+}{(G_2 - G_1)(PR_2 - PR_1)}. \quad (17)$$

Або скористатися наближенням способом, якщо значення інвестиційного очікування перевищуватиме одиницю:

$$\varphi(\bar{\alpha}) = \frac{G - PR_1}{(PR_2 - PR_1)}, \quad (18)$$

$$\gamma(\bar{\alpha}) = \frac{PR_2 - G}{(G_2 - G_1)(PR_2 - PR_1)}, \quad (19)$$

де G – гранична умова ефективності, інтерпретована у чіткій формі.

Загальний ступінь ризику запропоновано оцінювати на основі зважування негативної та позитивної компонент ризику інвестиційного портфеля на відповідні інвестиційні очікування:

$$Risk = \sum_{i=0}^k \left(\varphi_i(\bar{\alpha}) \cdot \int_0^1 \varphi_i(\alpha) d\alpha \right) + \sum_{i=0}^k \left(\gamma_i(\bar{\alpha}) \cdot \int_0^1 \gamma_i(\alpha) d\alpha \right), \quad (20)$$

де

$$\begin{aligned} \int_0^1 \varphi(\alpha) d\alpha &= \int_0^{\alpha_0} \varphi_1(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \varphi_2(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \varphi_3(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \varphi_4(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \varphi_5(\alpha) d\alpha + \\ &+ \int_{\alpha_4}^{\alpha_5} \varphi_6(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_5}^{\alpha_6} \varphi_7(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_6}^{\alpha_7} \varphi_8(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_7}^{\alpha_8} \varphi_9(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_8}^{\alpha_9} \varphi_{10}(\alpha) d\alpha, \end{aligned}$$

а також

$$\begin{aligned} \int_0^1 \gamma(\alpha) d\alpha &= \int_0^{\alpha_0} \gamma_1(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \gamma_2(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \gamma_3(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \gamma_4(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \gamma_5(\alpha) d\alpha + \\ &+ \int_{\alpha_4}^{\alpha_5} \gamma_6(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_5}^{\alpha_6} \gamma_7(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_6}^{\alpha_7} \gamma_8(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_7}^{\alpha_8} \gamma_9(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_8}^{\alpha_9} \gamma_{10}(\alpha) d\alpha, \end{aligned}$$

де n — кількість інтервалів, на яких існує функція ризику.

Відмітимо, що при заданих нечітких числах ефективності портфеля $(PR_{\min}, \underline{PR}, PR, PR_{\max})$ і граничної умови ефективності $(G_{\min}, \bar{G}, G_{\max})$ функції $\varphi(\alpha)$ та $\gamma(\alpha)$ не можуть існувати одночасно на всіх інтервалах і деякі складові інтегралу будуть рівними нулю. Які саме – буде залежати від конкретного виду нечітких чисел.

Постановка задачі

Цільовою функцією економіко-математичної моделі оптимізації інвестиційного портфеля є сукупна дохідність інвестиційного капіталу (PR) різних стратегічних напрямів діяльності диверсифікованої групи компаній:

$$\begin{cases} PR = \sum_{m=1}^k ROI_m x_m = (PR_{\min}, \underline{PR}, \overline{PR}, PR_{\max}) \rightarrow \max, \\ Risk \rightarrow \min, \\ \sum_{m=1}^k x_m = 1, \quad \text{при } 0 \leq x_m \leq 1. \end{cases} \quad (21)$$

Рішенням цієї задачі вважатимемо знайдений оптимальний вектор $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, який задовольнятиме вищевказаним вимогам.

Модель формування оптимального інвестиційного портфеля є нечіткою задачею нелінійного програмування, яку можна вирішити методом випадкового пошуку. З метою реалізації цього завдання було модифіковано функцію, яка генерує усі можливі розміщення з повторенням із b елементів по p елементів, де b — кількість унікальних елементів (елементів, які не повторюються), з яких було побудовано розміщення, та p — кількість елементів у розміщенні. Унікальними елементами вхідного рядка функції є числа від 0 до 1 з кроком 0,0001. При цьому, кожне згенероване розміщення, сума елементів якого дорівнює одиниці, відповідає альтернативному варіанту інвестиційних вкладень групи компаній.

Оптимізація проводилася на основі максимізації лівої межі дохідності інвестиційного портфеля при одночасній мінімізації його ризику.

Практичні розрахунки були здійснені на основі даних оприлюдненої фінансової звітності підприємства ПрАТ «ВО «Стальканат-Сітур», яке у грудні 2010 року утворилося внаслідок об'єднання двох заводів «Стальканат» (м. Одеса) і «Сітур» (м. Харцизьк, Донецька область). У жовтні 2013 року в зв'язку з розширенням господарської діяльності ПрАТ «ВО «Стальканат-Сітур» створило два філіала — «Одесліфт» і «Дніпроліфт» шляхом приєднання однойменних підприємств ПАТ «Одесліфт» і ПАТ «Дніпроліфт». Через ці зміни ПрАТ «ВО «Стальканат-Сітур»

можна вважати диверсифікованим підприємством (далі — група компаній «Донецьксталь»), що розвиває такі основні напрями діяльності, як ремонт і технічне обслуговування машин і устаткування промислового призначення, а також виробництво виробів із дроту, ланцюгів і пружин.

Трьохкомпонентний інвестиційний портфель

В рамках стратегії диверсифікації група компаній «Донецьксталь» визначила пріоритетною ціллю формування свого інвестиційного портфеля максимізацію зростання капітальної вартості бізнесу і збільшення доходу. При цьому встановлено прийнятний ступінь ризику інвестиційного портфеля не більше 7,84 %. Всього заплановано інвестувати 2 727 396 тис. грн у розвиток своїх основних напрямів діяльності, що відповідає загальній сумі нерозподіленого прибутку підприємств, які входять до складу групи.

Інформація про обсяг та ефективність використання інвестиційного капіталу групи компаній «Донецьксталь» в розрізі основних напрямів діяльності представлено в табл. 3.

Таблиця 3

ОБСЯГ ТА ЕФЕКТИВНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ ІНВЕСТИВАНОГО КАПІТАЛУ В РОЗРІЗІ ОСНОВНИХ НАПРЯМІВ ДІЯЛЬНОСТІ ГРУПИ КОМПАНІЙ «ДОНЕЦЬКСТАЛЬ»

Роки Показники	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Металургійний напрям діяльності									
Операційний інвестований капітал, тис. грн	2 642 813	3 274 585	4 748 724	8 836 371	8 550 095	8 587 951	9 611 349	4 426 982	4 106 154
Фінансовий результат від операційної діяльності, тис. грн	1 218 589	877 302	1 176 948	1 737 984	-31 851	1 314 009	2 557 131	643 449	-167 104
Рентабельність інвестованого капіталу, %	46,11	26,79	24,78	19,67	-0,37	15,30	26,61	14,53	-4,07

Закінчення табл. 3

Показники \ Роки	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Машинобудівельний напрям діяльності									
Операційний інвестований капітал, тис. грн	9774	8508	7931	20 368	25 837	73 129	108 192	96 983	37 496
Фінансовий результат від операційної діяльності, тис. грн	-373	-390	-35	2226	7037	14 572	29 516	36 903	21 218
Рентабельність інвестованого капіталу, %	-3,82	-4,58	-0,44	10,93	27,24	19,93	27,28	38,05	56,59
Харчовий напрям діяльності									
Операційний інвестований капітал, тис. грн	22 480,4	38 513,3	56 297	50 135	33 336	37 568	44 272	43 596	44 065
Фінансовий результат від операційної діяльності, тис. грн	905	2057	-1703	-4775	5457	1860	-533	2761	890
Рентабельність інвестованого капіталу, %	4,03	5,34	-3,03	-9,52	16,37	4,95	-1,20	2,04	6,27

Як можна бачити з табл. 3, структура інвестиційного портфеля групи «Донецьксталь» у 2013 році була наступною: 0,9805 (металургійний напрям), 0,0090 (машинобудівельний напрям) і 0,0105 (харчовий напрям). Така структура інвестицій була майже незмінною протягом 2005—2013 років, що свідчить про те, що ці пропорції є типовими для інвестиційного портфеля групи компаній.

Аналіз ефективності використання інвестованого капіталу (табл. 3) дає підстави описати ефективність металургійного напрямку діяльності нечітким числом трапезоїдного виду з параметрами $(-4,07; 15,99; 21,64; 46,11)$, де ліва та права границі нижньої основи трапеції визначаються як мінімальне та максимальне значення ROI_m за m -м видом діяльності у попередніх періодах, а границі верхньої основи трапеції $-15,99$ та $21,64$ визначаються на основі довірчого інтервалу. За аналогією отримаємо трапезоїдне нечітке число, що описує ефективність машинобудівельного напрямку $(-4,58; 16,17; 21,87; 56,59)$ та ефективність харчового напрямку $(-9,52; 2,38; 3,23; 16,37)$. Гранична межа ефективності задана експертним шляхом на основі досвіду та поінформованості інвестора щодо ключових показників інвестиційного портфеля і є нечітким числом трикутного виду з параметрами $(16,0; 18,0; 30,0)$.

У результаті проведених розрахунків отримуємо загальну ефективність такого інвестиційного портфеля, яка описується нечітким числом трапезоїдного виду з параметрами $(-4,13; 15,85; 21,45; 45,89)$, що розраховується наступним чином:

$$PR_{\min} = -4,07 \cdot 0,98 - 4,58 \cdot 0,01 - 9,52 \cdot 0,01 = -4,13 \ %;$$

$$\underline{PR} = 15,99 \cdot 0,98 + 16,17 \cdot 0,01 + 2,38 \cdot 0,01 = 15,85 \ %;$$

$$\overline{PR} = 21,64 \cdot 0,98 + 21,87 \cdot 0,01 + 3,23 \cdot 0,01 = 21,45 \ %;$$

$$PR_{\max} = 46,11 \cdot 0,98 + 56,59 \cdot 0,01 + 16,37 \cdot 0,01 = 45,89 \ %.$$

Відповідно до отриманих розрахунків, функція належності, яка описує сукупну ефективність операційного інвестованого капіталу (PR) типового портфеля групи компаній «Донецьксталь», прийме вигляд:

$$\mu(PR) = \begin{cases} 0 & \text{при } PR \leq -4,13; \\ \frac{PR + 4,13}{19,98} & \text{при } -4,13 < PR < 15,85; \\ 1 & \text{при } 15,85 \leq PR \leq 21,45; \\ \frac{45,89 - PR}{24,44} & \text{при } 21,45 < PR \leq 45,89; \\ 0 & \text{при } 45,89 < PR. \end{cases} \quad (22)$$

Функція належності для граничної умови ефективності (G) виглядатиме так:

$$\mu(G) = \begin{cases} 0 & \text{при } G \leq 16,0; \\ \frac{G - 16,0}{2,0} & \text{при } 16,0 < G < 18,0; \\ 1 & \text{при } G = 18,0; \\ \frac{30,0 - G}{12,0} & \text{при } 18,0 < G \leq 30,0; \\ 0 & \text{при } 30,0 < G. \end{cases} \quad (23)$$

Графічне зображення даних нечітких чисел сукупної ефективності операційного інвестованого капіталу (PR) та граничної умови ефективності (G) типового портфеля групи компаній «Донецьксталь» представлено на рис. 3.

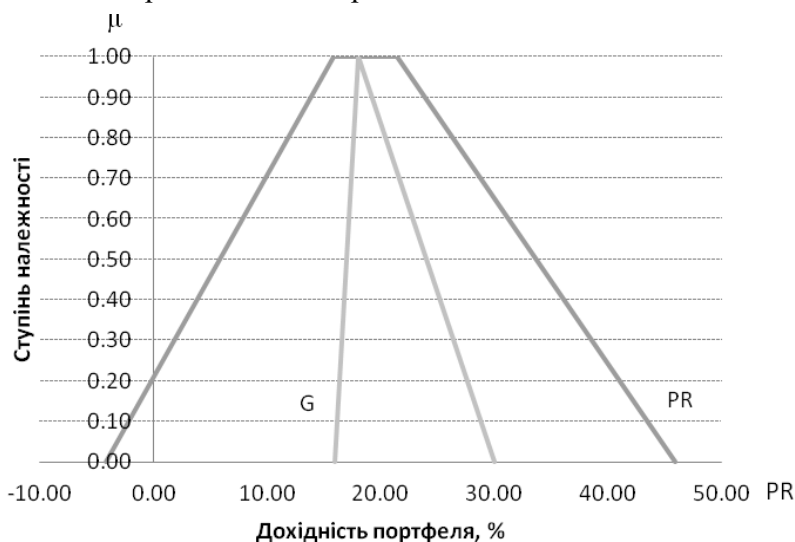


Рис. 3. Дані розрахункового прикладу для типового інвестиційного портфеля групи «Донецьксталь»

Для даного співвідношення нечітких чисел (PR) і (G) функція $\gamma(\alpha)$ існує на одному інтервалі — $(G_1 < \overline{PR}) \cap (G_2 > \overline{PR})$ у межах

випадку $PR_1 \leq G_1 < G_2 \leq PR_2$ при $\alpha \in [0; \alpha_0]$. Перш ніж застосувати відповідні формули для розрахунку ступеня ризику, необхідно визначити α_0 . Прирівнявши функції μ_{PR} та μ_G на відповідних інтервалах, отримаємо такий результат:

$$\alpha_0 = 1,0 \text{ при } PR = G = 18,0 \text{ \%}.$$

Отримані результати показують, що функції належності μ_{PR} та μ_G мають одну спільну точку, а отже, область значень вищезазначених функцій належності існує на інтервалі $[0; 1]$. Це дає підстави розрахувати параметри ефективності та граничної умови ефективності шляхом підстановки середньоінтервального значення функції належності μ_{PR} або μ_G у формули (22), (23) і отримати значення, що зведені до табл. 4.

Таблиця 4

**ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ ОБЧИСЛЕНЬ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ОЧІКУВАНЬ РИЗИКУ
ТИПОВОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ГРУПИ КОМПАНІЙ
«ДОНЕЦЬКСТАЛЬ»**

$\bar{\alpha}$	$\alpha \in$	PR_1	PR_2	G_1	G_2
0,5	$[0; 1]$	5,86	33,67	17,00	24,00

На основі отриманих даних можна розрахувати зважений негативний ризик інвестиційного портфеля диверсифікованого групи компаній «Донецьксталь». Зокрема, можемо розрахувати інвестиційні очікування негативного ризику портфеля:

$$\gamma_6(\bar{\alpha}) = \frac{(PR_2 - G_1) + (PR_2 - G_2)}{2(PR_2 - PR_1)};$$

$$\gamma_6(0,5) = \frac{(33,67 - 17,00) + (33,67 - 24,00)}{2(33,67 - 5,86)} = 0,4736.$$

Розрахуємо розмір «негативного» ризику інвестиційного портфеля ПрАТ «ВО «Стальканат-Сітур»:

$$\int_0^{1,0} \gamma_6(\alpha) d\alpha = \int_0^{1,0} \left(\frac{(PR_2 - G_1) + (PR_2 - G_2)}{2(PR_2 - PR)} \right) d\alpha = 0,7265;$$

$$Risk = \sum_{i=0}^{10} \left(\varphi_i(\bar{\alpha}) \cdot \int_0^{1,0} \varphi_i(\alpha) d\alpha \right) = \gamma_6(\bar{\alpha}) \cdot \int_0^{1,0} \gamma_6(\alpha) d\alpha = 0,4736 \cdot 0,7265 = 0,3440.$$

Отже, ризик даного інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь» складає 34,40 %.

Згідно з класифікацією ризиків, розробленою Недосєкіним О. О. у [23, с. 59; 25, с. 4] або Абдулаєвою З.І. в [1, с. 86], оскільки ступінь ризику типового інвестиційного портфеля підприємства групи компаній «Донецьксталь» перевищує граничний рівень 20 %, то виникає необхідність вжити заходи, спрямовані на зниження ступеня ризику до прийнятного рівня. Одним із можливих заходів на цьому шляху може бути оптимізація структури інвестиційного портфеля, яка могла би забезпечити найвищий рівень його доходності при заданому рівні ризику.

У табл. 5 представлено розрахункові дані щодо оптимальної структури інвестицій в основні напрями діяльності групи «Донецьксталь», ефективність інвестиційного портфеля групи, а також відповідний ступінь ризику, який є прийнятним для інвестора.

Таблиця 5

**РЕЗУЛЬТАТИ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ГРУПИ
«ДОНЕЦЬКСТАЛЬ»**

x_1	x_2	x_3	$PR_{\min}$	$\underline{PR}$	$\overline{PR}$	$PR_{\max}$	$Risk_{\min}$	$Risk_{sp}$	$Risk_{tot}$
0,0014	0,0031	0,9955	-9,50	2,45	3,31	16,54	0,00	0,01	0,01
0,4553	0,0410	0,5037	-6,84	9,15	12,37	31,56	0,38	2,24	2,62
0,5150	0,0600	0,4250	-6,42	10,22	13,83	34,10	0,55	4,68	5,23
0,5379	0,0916	0,3705	-6,14	10,97	14,84	36,05	0,71	7,13	7,84
0,6931	0,0015	0,3054	-5,74	11,84	16,02	37,04	0,95	9,50	10,45
0,7305	0,0035	0,2660	-5,52	12,37	16,74	38,24	1,17	11,89	13,06
0,5315	0,2077	0,2608	-5,60	12,48	16,89	40,53	1,17	14,50	15,67
0,8127	0,0054	0,1819	-5,06	13,52	18,29	40,76	0,00	18,28	18,28
0,8383	0,0085	0,1532	-4,91	13,91	18,82	41,64	0,00	20,89	20,89

Як видно з табл. 5, у міру збільшення обсягів інвестицій у металургійний напрям діяльності ступінь ризику портфеля зростає, разом із яким зростає і ефективність портфеля. Графічне відображення співвідношення ризик/ефективність інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь» представлено на рис. 4.

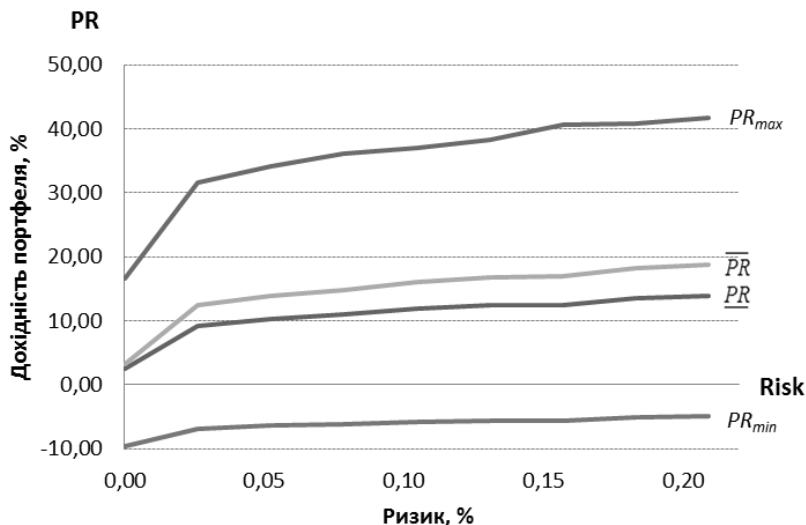


Рис. 4. Ефективна межа диверсифікації групи компаній «Донецьксталь» згідно з авторською моделлю

На рис. 4 представлено ефективну межу для даного інвестиційного портфеля групи «Донецьксталь» для прийнятної ступеня ризику (коли ризик менший за 20 %). При цьому максимальний ризик даного інвестиційного портфеля групи «Донецьксталь» може досягати близько 72,65 %.

Таким чином, оптимальною структурою інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь» є 0,5379 (металургійний напрям), 0,0916 (машинобудівельний напрям), 0,3705 (харчовий напрям). Це означає, що інвестиції в розвиток основних напрямів діяльності для заданого рівня ризику (7,84 %) слід розподілити наступним чином: у металургійний напрям діяльності — 1 467 066 тис. грн, у машинобудівельний — 249830 тис. грн, та в харчовий — 1 010 500 тис. грн. Ефективність такого інвестиційного портфеля буде описуватися нечітким числом трапезоїдного виду з параметрами $(-6,14; 10,97; 14,84; 36,05)$. Гранична межа дохідності залишається тим же нечітким числом трикутного виду з параметрами $(16,0; 18,0; 30,0)$.

$$PR_{\min} = -4,07 \cdot 0,54 - 4,58 \cdot 0,09 - 9,52 \cdot 0,37 = -6,14;$$

$$\underline{PR} = 15,99 \cdot 0,54 + 16,17 \cdot 0,09 + 2,38 \cdot 0,37 = 10,97;$$

$$\overline{PR} = 21,64 \cdot 0,54 + 21,87 \cdot 0,09 + 3,23 \cdot 0,37 = 14,84;$$

$$PR_{\max} = 46,11 \cdot 0,54 + 56,59 \cdot 0,09 + 16,37 \cdot 0,37 = 36,05.$$

Відповідно до отриманих розрахунків, функція належності, яка описує сукупну ефективність операційного інвестованого капіталу оптимального портфеля групи компаній «Донецьксталь», прийме вигляд:

$$\mu(PR) = \begin{cases} 0 & \text{при } PR \leq -6,14; \\ \frac{PR + 6,14}{17,11} & \text{при } -6,14 < PR < 10,97; \\ 1 & \text{при } 10,97 \leq PR \leq 14,84; \\ \frac{36,05 - PR}{21,21} & \text{при } 14,84 < PR \leq 36,05; \\ 0 & \text{при } 36,05 < PR. \end{cases} \quad (24)$$

Функція належності граничної умови ефективності виглядатиме так:

$$\mu(G) = \begin{cases} 0 & \text{при } G \leq 16,0; \\ \frac{G - 16,0}{2,0} & \text{при } 16,0 < G < 18,0; \\ 1 & \text{при } G = 18,0; \\ \frac{30,0 - G}{12,0} & \text{при } 18,0 < G \leq 30,0; \\ 0 & \text{при } 30,0 < G. \end{cases} \quad (25)$$

Графічне зображення даних нечітких чисел сукупної ефективності операційного інвестованого капіталу (PR) та граничної умови ефективності (G) оптимального портфеля групи компаній «Донецьксталь» представлено на рис. 5.

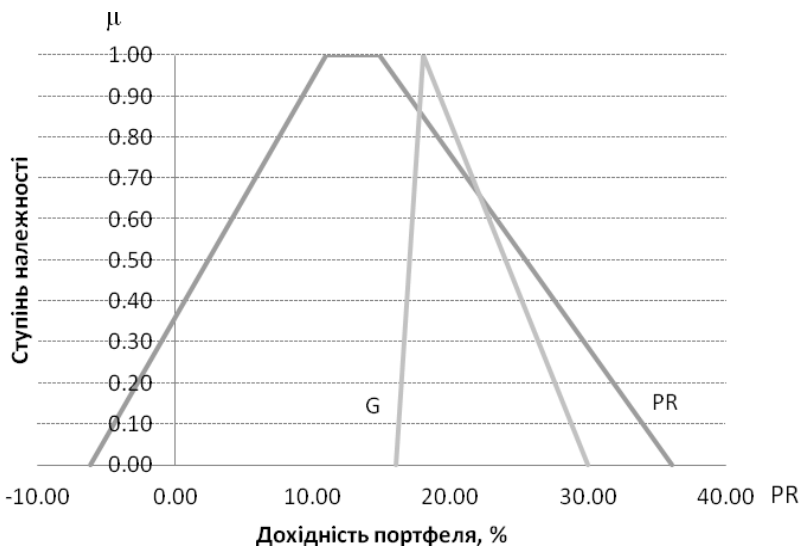


Рис. 5. Дані розрахункового прикладу для оптимального інвестиційного портфеля групи «Донецьксталь»

Для даного співвідношення нечітких чисел PR і G функція $\varphi_i(\alpha)$ існує на двох інтервалах — $G_1 > \overline{PR}$ у межах випадку $PR_1 \leq G_1 < G_2 \leq PR_2$ при $\alpha \in [0; \alpha_0]$ та на $G_1 > \overline{PR}$ у межах випадку $PR_1 \leq G_1 \leq PR_2 \leq G_2$ при $\alpha \in [\alpha_0; \alpha_1]$. Функція $\gamma(\alpha)$ існує також на двох інтервалах — $G_1 > \underline{PR}$ у межах випадку $PR_1 \leq G_1 < G_2 \leq PR_2$ при $\alpha \in [0; \alpha_0]$ та на $G_1 > \underline{PR}$ у межах випадку $PR_1 \leq G_1 \leq PR_2 \leq G_2$ при $\alpha \in [\alpha_0; \alpha_1]$.

Перш ніж застосувати відповідні формули для розрахунку ступеня ризику, необхідно визначити α_0 та α_1 . Прирівнявши функції μ_{PR} та μ_G на відповідних інтервалах, отримаємо такий результат:

$$\alpha_0 = 0,6568 \text{ при } PR = G = 22,12 \%;$$

$$\alpha_1 = 0,8638 \text{ при } PR = G = 17,73 \%.$$

Наведені вище результати обчислень вказують на те, що функції належності μ_{PR} та μ_G мають дві спільні точки, які роз-

бивають область значень цих функцій на три інтервали: $[0; 0,6568] \cup (0,6568; 0,8638] \cup (0,8638; 1]$, що дає змогу розрахувати параметри ефективності і граничної умови ефективності шляхом підстановки відповідних середньоінтервальних значень функції належності μ_{PR} або μ_G у формули (24), (25) і отримати такі значення (табл. 6).

Таблиця 6

**ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ ОБЧИСЛЕНЬ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ОЧІКУВАНЬ РИЗИКУ
ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ГРУПИ КОМПАНІЙ
«ДОНЕЦЬКСТАЛЬ»**

$\bar{\alpha}$	$\alpha \in$	PR_1	PR_2	G_1	G_2
0,3284	$[0; 0,6568]$	-0,52	29,08	16,66	26,06
0,7603	$(0,6568; 0,8638]$	6,87	19,92	17,52	20,88

На основі отриманих в табл. 6 даних можна розрахувати інвестиційні очікування негативного ризику інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь». Розрахуємо інвестиційні очікування негативного ризику портфеля на інтервалі $\alpha \in [0; 0,6568]$:

$$\varphi_6(\bar{\alpha}) = \frac{1}{(G_2 - G_1)(PR_2 - PR_1)};$$

$$\varphi_6(0,3284) = \frac{1}{(26,06 - 16,66)(29,08 + 0,52)} = 0,0036.$$

Проведемо аналогічні розрахунки інвестиційних очікувань негативного ризику портфеля на інтервалі $\alpha \in (0,6568; 0,8638]$:

$$\varphi_9(\bar{\alpha}) = \frac{1}{(G_2 - G_1)(PR_2 - PR_1)};$$

$$\varphi_9(0,7603) = \frac{1}{(20,88 - 17,52)(19,92 - 6,88)} = 0,0228.$$

Розрахуємо розмір «негативного» ризику інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь» на інтервалі $\alpha \in [0; 0,6568]$:

$$\int_0^{0,6568} \varphi_6(\alpha) d\alpha = \int_0^{0,6568} \left(\frac{1}{(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1)} \right) d\alpha = 0,6568 .$$

Розрахуємо розмір негативного ризику інвестиційного портфеля на інтервалі $\alpha \in (0,6568; 0,8638]$:

$$\int_{0,6568}^{0,8638} \varphi_9(\alpha) d\alpha = \int_{0,6568}^{0,8638} \left(\frac{1}{(G_2 - G_1)(\overline{PR} - PR_1)} \right) d\alpha = 0,2070 .$$

На основі отриманих значень знайдемо зважений «негативний» ризик інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь» на інтервалі $\alpha \in [0; 0,6568] \cup (0,6568; 0,8638]$:

$$\begin{aligned} Risk_{\min} &= \varphi_6(\overline{\alpha}) \cdot \int_0^{0,6568} \varphi_6(\alpha) d\alpha + \varphi_9(\overline{\alpha}) \cdot \int_{0,6568}^{0,8638} \varphi_9(\alpha) d\alpha = \\ &= 0,0036 \cdot 0,6568 + 0,0228 \cdot 0,2070 = 0,0071 . \end{aligned}$$

Аналогічно можемо обчислити інвестиційні очікування «позитивного» ризику портфеля групи компаній «Донецьксталь». Зокрема, інвестиційні очікування негативного ризику на інтервалі $\alpha \in [0; 0,6568]$ розрахуємо таким чином:

$$\begin{aligned} \gamma_6(\overline{\alpha}) &= \frac{(PR_2 - G_1) + (PR_2 - G_2)}{2(PR_2 - PR_1)} ; \\ \gamma(0,3284) &= \frac{(29,08 - 16,66) + (29,08 - 26,06)}{2(29,08 + 0,52)} = 0,2610 . \end{aligned}$$

Розрахуємо інвестиційні очікування негативного ризику портфеля на інтервалі $\alpha \in (0,6568; 0,8638]$:

$$\begin{aligned} \gamma_9(\overline{\alpha}) &= \frac{(PR_2 - G_1)^2}{2(G_2 - G_1)(PR_2 - PR_1)} ; \\ \gamma(0,7603) &= \frac{(19,92 - 17,52)^2}{2(20,88 - 17,52)(19,92 - 6,87)} = 0,0659 . \end{aligned}$$

Обчислимо розмір «позитивного» ризику інвестиційного портфеля на інтервалі $\alpha \in [0; 0,6568]$:

$$\int_0^{0,6568} \gamma_6(\alpha) d\alpha = \int_0^{0,6568} \left(\frac{(PR_2 - G_1) + (PR_2 - G_2)}{2(PR_2 - G_1)(PR_2 - PR)} (G_2 - G_1) \right) d\alpha = 0,2681.$$

Обчислимо розмір «позитивного» ризику інвестиційного портфеля на інтервалі $\alpha \in (0,6568; 0,8638]$:

$$\int_{0,6568}^{0,8638} \gamma_9(\alpha) d\alpha = \int_{0,6568}^{0,8638} \left(\frac{(PR_2 - G_1)^2}{2(G_2 - G_1)(PR_2 - PR)} \right) d\alpha = 0,0203.$$

Зважений позитивний ризик інвестиційного портфеля на інтервалі $\alpha \in [0; 0,6568] \cup (0,6568; 0,8638]$ знайдемо таким чином:

$$\begin{aligned} Risk_{\max} &= \gamma_6(\bar{\alpha}) \cdot \int_0^{0,6568} \gamma_6(\alpha) d\alpha + \gamma_9(\bar{\alpha}) \cdot \int_{0,6568}^{0,8638} \gamma_9(\alpha) d\alpha = \\ &= 0,2610 \cdot 0,2681 + 0,0659 \cdot 0,0203 = 0,0713. \end{aligned}$$

Тоді загальний ризик інвестиційного портфеля можна знайти як просту суму зваженого негативного і позитивного ризику:

$$Risk_{\text{tot}} = Risk_{\min} + Risk_{\max} = 0,0071 + 0,0713 = 0,0784.$$

Отже, загальний ризик інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь», відповідно до встановлених цільових орієнтирів, складає 7,84 %.

Висновки. Часто інвестору доводиться приймати рішення на основі неповних або не зовсім достовірних даних щодо інвестиційного портфеля, починаючи від дохідності капіталовкладень і закінчуючи обсягами та тривалістю самих інвестицій. Як правило, для розрахунків таких показників використовують не стільки реальні дані, зазначені у відповідних договорах, скільки очікувані значення, отримані шляхом техніко-економічного аналізу проєкту або експертним шляхом. Така неоднозначність вихідних даних і, як наслідок, результатів, отриманих на їх основі, перш за все пов'язана з тривалим часовим горизонтом реалізації інвести-

ційного портфеля та множинністю факторів впливу на кінцевий результат.

В таких умовах ефективним інструментарієм оцінки ризику, що здатний враховувати невизначеність, виступає апарат нечітких множин, на основі якого в цій статті була побудована економіко-математична модель оптимізації інвестиційного портфеля групи компаній. Особливістю авторської моделі є врахування позитивного ризику інвестиційного портфеля групи компаній, який може виникати у разі перевищення його прибутковості над граничною умовою ефективності. Причому загальна оцінка ризику здійснюється на основі зважування негативної та позитивної компонент ризику інвестиційного портфеля на відповідні інвестиційні очікування.

Розроблена у цій статті модель була застосована для оптимізації трьохкомпонентного інвестиційного портфеля групи компаній «Донецьксталь». Використання розробленої в цій статті моделі надає можливість керівнику диверсифікованої групи компаній приймати ефективніші інвестиційні рішення з урахуванням невизначеності бізнес-середовища.

Література

1. *Абдулаева З. И.* Разработка методов управления рисками инновационной деятельности : дис. ... кандидата экономических наук: 08.00.05 / Абдулаева Зинаида Игоревна. — Санкт-Петербург, 2013. — 200 с.
2. *Алтунин А. Е.* Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. — Тюмень : Изд-во ТГУ, 2000. — 352 с.
3. *Аньшин В. М.* Применение теории нечётких множеств к задаче формирования портфеля проектов / В. М. Аньшин, И. В. Демкин, И. Н. Царьков, И. М. Никонов // Проблемы анализа риска. — 2008. — № 3. — Т. 5. — С. 8—21.
4. *Виленский П. Л.* Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика: Учеб. пособие. — 2-е изд. перераб. и доп. / П. Л. Виленский, В. Н. Лившиц, С. А. Смоляк. — М. : Дело, 2002. — 888 с.
5. *Вільямсон О. Е.* Економічні інституції капіталізму: фірми, маркетинг, укладання контрактів / О. Вільямсон [пер. з англ. А. Олійник]. — К. : Вид-во АртЕк, 2001. — 457 с.
6. *Дерев'янюк П. М.* Оценка риска неэффективности инвестиционного проекта с позиций теории нечетких множеств / П. М. Дерев'янюк // Труды VII Международной конференции «Мягкие вычисления и измерения (SCM'2004)». — СПб. : Изд-во ЛЭТИ, 2004. — С. 167—171.

7. *Дилигенский Н. В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология / Н. В. Дилигенский, Л. Г. Дымова, П. В. Севастьянов. — М. : Изд-во «Машиностроение-1», 2004. — 397 с.

8. *Добряк В. С.* Моделирование структуры портфеля проектов в условиях неопределенности / В. С. Добряк, М. С. Мазорчук, Н. С. Бакуменко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. — 2008. — № 4 (31). — С. 101—105.

9. *Забардаст А.* Оценка риска инвестиционного проекта на основе нечетких чисел / А. Забардаст, Б.А.Р. Далалиан // *Вектор науки ТГУ. Серия: «Экономика и управление»*. — 2011. — № 1 (4). — С. 16—20.

10. *Забардаст А.* Оценка степени риска инвестиций с нечеткой эффективностью / А. Забардаст // *Вектор науки ТГУ. Серия «Экономика и управление»*. — 2011. — № 2 (5). — С. 16—20.

11. *Зайченко Ю.* Анализ и сравнение результатов оптимизации инвестиционного портфеля при применении модели Марковица и нечетко-множественного метода / Ю. Зайченко, М. Есфандиярфард // *Proceedings of the XIII-th International Conference «Knowledge-Dialogue-Solution»*, Varna, 2007. — № 1. — С. 278—287.

12. *Касянчук Т. В.* Оцінка ступеня ризику інвестиційного портфеля диверсифікованої групи на основі м'яких обчислень / Т. В. Касянчук // *Актуальні проблеми економіки*. — 2015. — № 1 (163). — С. 475—482.

13. *Коцюба О. С.* Кількісна оцінка господарського ризику в контексті нечітко-множинного моделювання / О. С. Коцюба. — К. : КНЕУ, 2006. — 23 с. — Деп. в ДНТБ України 27.03.06. — № 24. — Ук 06.

14. *Коцюба О. С.* Моделювання ризику інвестиційної діяльності / О.С. Коцюба // *Фінанси України*. — 2004. — № 7. — С. 56—67.

15. *Коцюба О. С.* Вимірювання господарського ризику в межах бюджетування діяльності підприємства / О. С. Коцюба // *Стратегія економічного розвитку України*. — 2013. — № 32. — С. 209—216.

16. *Недосекин А. О.* Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний: дис. ... доктора экон. наук: 08.00.13 / Недосекин Алексей Олегович. — Санкт-Петербург, 2003. — 302 с.

17. *Недосекин А. О.* Монотонные фондовые портфели и их оптимизация / А. О. Недосекин, Г. Л. Бекларян // *Аудит и финансовый анализ*. — 2002. — № 2. — С. 205—209.

18. *Недосекин А. О.* Новый показатель оценки риска инвестиций [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин, К. И. Воронов. — Режим доступа: <http://www.aup.ru/articles/investment/4.htm>.

19. Недосекин А. О. Оптимизация бизнес-портфеля корпорации [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин. — Режим доступа : http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_070303.doc.

20. Недосекин А. О. Оптимизация модельных фондовых портфелей в условиях существенной неопределенности / А. О. Недосекин, А. С. Харитонов // Аудит и финансовый анализ. — 2002. — № 1. — С. 179—192.

21. Недосекин А. О. Оптимизация фондового портфеля с использованием нечетко-множественных описаний [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин. — Режим доступа : http://sedok.narod.ru/s_files/2003/D_060303.zip.

22. Недосекин А. О. Оптимизация фондовых портфелей с использованием нечетко-множественных описаний [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин. — Режим доступа : http://www.mirkin.ru/_docs/articles03-060.pdf.

23. Недосекин О. А. Оценка риска на основе нечетких данных: Монография [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин. — Режим доступа : http://www.ifel.ru/content/docs/an_books/Book4.pdf.

24. Недосекин А. О. Простейшая оценка риска инвестиционного проекта / А. О. Недосекин // Современные аспекты экономики. — 2002. — № 11. — С. 38—45.

25. Недосекин А. О. Риск-функция инвестиционного проекта [Электронный ресурс] / А. О. Недосекин. — Режим доступа : http://sedok.narod.ru/s_files/Art260503.doc.

26. Природа фирмы: К 50-летию выхода в свет работы Р. Коуза «Природа фирмы» / [под ред. О. И. Уильямсона и С. Дж. Уинтера; пер. с англ. под ред. В. Г. Гребенникова]. — М. : Дело, 2001. — 360 с.

27. Савчук В. П. Бюджет капитала и финансовое обоснование инвестиционного проекта / В. П. Савчук. — Киев, 2004. — 236 с.

28. Савчук Т. В. Інвестований капітал: види та порядок розрахунку на підставі даних фінансової звітності / Т. В. Савчук // Економіка і регіон. — 2010. — № 1 (24). — С. 179—185.

29. Севастьянов П. В. Невероятная концепция риска в оптимизации портфеля / П. В. Севастьянов, Л. Г. Дымова // Вестник IFEL Rus: Банки и Риски. — 2007. — № 4. — С. 9—10.

30. Смирнов А. В. Использование математических методов для управления инвестиционным портфелем с учетом различных экономических ситуаций / А. В. Смирнов // Науковий вісник Одеського державного економічного університету. — 2009. — № 17 (95). — С. 8—25.

31. Тищук Т. А. Економіко-математичне моделювання процесів управління проектами на основі теорії нечітких множин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук: спец. 08.03.02 «Економіко-математичне моделювання» / Т. А. Тищук. — Донецьк, 2001. — 21 с.

32. Уильямсон О. И. Вертикальная интеграция производства: соображения по поводу неудач рынка. Вехи экономической мысли. Т.1. Теория потребительского поведения и спроса / О. И. Уильямсон; [под ред. Гальперина]. — СПб.: Экономическая школа, 1999. — 380 с.
33. Coase R. H. The nature of the firm / R. H. Coase // *Economica*, New Series. — 1937. — № 4 (16). — P. 386—405.
34. Duffie D. An Overview of Value at Risk / D. Duffie, J. Pan // *Journal of Derivatives*. — 1997. — № 4 (3). — P. 7—49.
35. Duffie D. Transform Analysis and Option Pricing for Affine Jump-Diffusions / D. Duffie, J. Pan, K.J. Singleton // *Stanford University working paper*. — 2000. — № 68 (6). — P. 1343—1376.
36. Fama E.F. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds / E. F. Fama, K. R. French // *Journal of Financial Economics*. — 1992. — № 33. — P. 3—56.
37. Fama E. F. Size, Value, and Momentum in International Stock Returns / E. F. Fama, K. R. French // *Journal of Financial Economics*. — 2012. — № 105. — P. 457—472.
38. Klein B. Vertical integration, appropriable rents, and the competitive contracting process / B. Klein, R. G. Crawford, A. A. Alchian // *Journal of Law and Economics*. — 1978. — № 21 (2). — P. 297—326.
39. Markowitz H.M. Portfolio Selection / H. M. Markowitz // *The Journal of Finance*. — 1952. — № 7(1). — P. 77—91.
40. Markowitz H. M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments / H.M. Markowitz. — New York: John Wiley&Sons, Inc., 1959. — 344 p.
41. Markowitz H. M. Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets / H. M. Markowitz. — Oxford, UK: Basil Blackwell Ltd., 1987.
42. Sharpe W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk / W. F. Sharpe // *Journal of Finance*. — 1964. — № 19 (3). — P. 425—442.
43. Tobin J. Liquidity preference as behavior towards risk / J. Tobin // *The Review of Economic Studies*. — 1958. — № 25. — P. 65—86.

References

1. Abdulayeva, Z. I. (2013). *Razrabotka metodov upravleniya riskami innovatsionnoy deyatel'nosti* [Doctoral dissertation]. Retrieved from <http://www.ifel.ru/library/29-fuzzyeconomics/139-2013-08-24-08-07-20.pdf> [in Russian].
2. Altunin, A. Y., & Syemukhin, M. V. (2000). *Modeli & algoritmy prinyatiya resheniy v nechetkikh usloviyakh*. Tyumen, Russia: TSU [in Russian].

3. Anshin, V. M., Diomkin, I. V., Tsarkov, I. N., & Nikonov, I. M. (2008). Primenyeniye teorii nechiotkikh mnozhestv k zadache formirovaniya portfelya proektov. *Problemy analiza riska (Problems of Risk Analysis)*, 5(3), 8—21 [in Russian].
4. Vilenskiy, P. L., Livshits, V. N., & Smolyak, S. A. (2002). *Otsenka effektivnosti investitsionnykh proektov. Teoriya i praktika*. Moscow: Delo [in Russian].
5. Williamson, O. E. (2001). *Economichni instytutsiyi kapitalizmu: firmy, marketing, ukladannya kontraktiv*. Kyiv: ArtEk [in Ukrainian].
6. Dereviyanko, P. M. (2004, June 17—19). Otsenka riska neeffectivnosti investitsionnogo proekta s pozitsiy teorii nechiotkikh mnozhestv. *Trudy VII mezhdunarodnoy konferentsii «Myagkhiye vychisleniya i izmereniya (SCM'2004)» (Proceedings of VII International Conference «Soft Computing and Measurements (SCM'2004)»)*, 167—171 [in Russian].
7. Diligenskiy, N. V., Dymova, L. G., & Sevastyanov, P. V. (2004). *Nechiotkoye modelirovaniye & mnogokriterialnaya optimizatsiya proizvodstvennykh system v usloviyakh neopredelionnosti: tekhnologiya, ekonomika, ekologiya*. Moscow: Mashinostroyeniye — 1 [in Russian].
8. Dobryak, V. S., Mazorchuk, M. S., & Bakumenko, N. S. (2008). Modelirovaniye struktury portfelya proektov v usloviyakh neopredelionnosti. *Radioelektronni & kompiyuterni systemy (Radioelectronic and Computer Systems)*, 4(31), 101—105 [in Russian].
9. Zabardast, A., & Dalalian, B.A.R. (2011). Otsenka riska investitsionnogo proekta na osnove nechetskikh chisel. *Vektor nauki TGU. Seriya: «Ekonomika ta upravleniye» (Vector of Science of Togliatti State University. Series: Economics and Management)*, 1(4), 16-20 [in Russian].
10. Zabardast, A. (2011). Otsenka stepeni riska investitsiy s nechetskoy effektivnostiyyu. *Vektor nauki TGU. Seriya: «Ekonomika ta upravleniye» (Vector of Science of Togliatti State University. Series: Economics and Management)*, 2(5), 16—20 [in Russian].
11. Zaychenko, Y., & Esfandiyarfard, M. (2007, June). Analiz i sravnenie rezultatov optimizatsii investitsionnogo portfelya pri primenenii modeli Markovitsa i nechetko-mnozhestvennogo metoda. *Proceedings of XIII-th International Conference «Knowledge-Dialogue-Solutions»*, 1, 278—287 [in Russian].
12. Kasyanchuk, T. V. (2015). Otsinka stupenya ryzyku investitsynogo portfelyu dyversyfikovanoyi grupy na osnovi miyakykh obchyslen. *Aktualni problemy ekonomiky (Actual Problems of Economics)*, 1(163), 475—482 [in Ukrainian].
13. Kotsyuba, O. S. (2006, March 27). *Kilkisna otsinka gospodarskogo ryzyku v konteksti nechitko-mnozhyhnogo modelyuvannya*. Kyiv: KNEU [in Ukrainian].
14. Kotsyuba, O. S. (2004). Modelyvannya ryzyku investytsynoyi diyalnosti. *Finansy Ukrainy (Finance of Ukraine)*, 7, 56—67 [in Ukrainian].

15. Kotsyuba, O. S. (2013). Vymiryuvannya gospodarskogo ryzyku v mezhakh byudzhetuвання діяльності підприємства. *Strategiya ekonomichnogo rozvytku Ukrainy (Economic Development Strategy of Ukraine)*, 32, 209—216 [in Ukrainian].
16. Nyedosekin, A. O. (2003). Metodologicheskiye osnovy modelirovaniya finansovoy deyatel'nosti s ispolzovaniyem nechiotko-mnozhestvyennykh opisaniy [Doctoral dissertation]. Retrieved from http://www.mirkin.ru/_docs/doctor005.pdf [in Russian].
17. Nyedosekin, A. O., & Berklarian, G. L. (2002). Monotonnyye fondovyye portfeli i ikh optimizatsiya. *Audit ta finansovyy analiz (Audit and Financial Analysis)*, 2, 205—209 [in Russian].
18. Nyedosekin, A. O., & Voronov, K. I. (1999). Novyy pokazatel otsenki riska investitsiy. Retrieved from <http://www.aup.ru/articles/investment/4.htm> [in Russian].
19. Nyedosekin, A. O. (2003). Optimizatsiya biznes-portfelya korporatsii. Retrieved from http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_070303.doc [in Russian].
20. Nyedosekin, A. O., Kharitonov, A. S. (2002). Optimizatsiya modelnikh fondovykh portfeley v usloviyakh sushchestvennoy neopredelionnosti. *Audit ta finansovyy analiz (Audit and Financial Analysis)*, 1, 179—192 [in Russian].
21. Nyedosekin, A. O. (2003, April 10). Optimizatsiya fondovogo portfelya s ispolzovaniyem nechiotko-mnozhestvyennykh opisaniy. Retrieved from http://sedok.narod.ru/s_files/2003/D_060303.zip [in Russian].
22. Nyedosekin, A. O. (2003). Optimizatsiya fondovykh portfeley s ispolzovaniyem nechiotko-mnozhestvyennykh opisaniy. Retrieved from http://www.mirkin.ru/_docs/articles03-060.pdf [in Russian].
23. Nyedosekin, A. O. (2004). Otsenka riska biznesa na osnove nechiotkikh dannykh. Retrieved from http://www.ifel.ru/content/docs/an_books/Book4.pdf [in Russian].
24. Nyedosekin, A. O. (2002). Prosteishaya otsenka riska investitsionnogo proekta. *Sovremennye aspekty ekonomiki (Modern Aspects of the Economics)*, 11, 38—45 [in Russian].
25. Nyedosekin, A. O. (2003). Risk-funktsiya investitsionnogo projecta. Retrieved from http://sedok.narod.ru/s_files/Art260503.doc [in Russian].
26. Williamson, O. E., & Sidney, G. W. (Eds.). (2001). *Priroda firmy: K 50-letiyu vykhoda v svet raboty R. Kouza "Priroda firmy"*. Moskva: Delo [in Russian].
27. Savchuk, P. V. (2004). *Byudzhets kapitala & finansovoye obosnovaniye investitsionnogo proekta*. Retrieved from <http://www.cfin.ru/finansy-sis/savchuk/index.shtml> [in Russian].
28. Savchuk, T. V. (2010). Investovanyy kapital: vydy ta porjadok rozrakhunku na pidstavi dannykh finansovoyi zvitnosti. *Ekonomika ta region (Economy and region)*, 1(24), 179-185 [in Ukrainian].

29. Sevastiyarov, P. V., & Dymova, L. G. (2007). Neveroyatnostnaya kontseptsiya riska v optimizatsii. *Vestnik IFEL Rus: Banki & Riski (Herald of IFEL Rus: Banks & Risks)*, 4, 9—10. Retrieved from <http://www.ifel.ru/br1/12.pdf> [in Russian].
30. Smirnov, A. V. (2009). Ispolzovaniye matematicheskikh metodov dlya upravleniya investitsionnym portfelem s uchiyom razlichnykh ekonomicheskikh situatsiy. *Naukovyy visnyk Odes'kogo derzhavnogo ekonomichnogo universytetu (Scientific Herald of Odesa National University of Economics)*, 17(95), 8—25 [in Russian].
31. Tyshchuk, T. A. (2001). Ekonomiko-matematychne modelyuvannya protsesiv upravlinnya proektamy na osnovi teoriiy nechitkykh mnozhyn [Abstracts of Doctoral dissertation]. Donetsk, Ukraine: DonNU [in Ukrainian].
32. Williamson, O. E. (1999). Vertikalnaya integratsiya proizvodstva: soobrazheniya po povodu neudatch rynka. Vekhi ekonomicheskoy mysli. In *Teoriya potrebitelskogo povedeniya & sprosa*, (Vol. 1). SPb, Russia: Ekonomicheskaya shkola [in Russian].
33. Coase, R.H. (1937). The nature of the firm. *Economica, New Series*, 4(16), 386—405.
34. Duffie, D., & Pan, J. (1997). An Overview of Value at Risk. *Journal of Derivatives*, 4(3), 7—49.
35. Duffie, D., Pan, J., & Singleton, K. J. (2000). Transform Analysis and Option Pricing for Affine Jump-Diffusions. *Stanford University working paper*, 68(6), 1343—1376.
36. Fama, E. F., & French, K. R. (1992). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3—56.
37. Fama, E. F., & French, K. R. (2012). Size, Value, and Momentum in International Stock Returns. *Journal of Financial Economics*, 105, 457—472.
38. Klein, B., Crawford, R. G., & Alchian, A. A. (1978). Vertical integration, appropriable rents, and the competitive contracting process. *Journal of Law and Economics*, 21(2), 297—326.
39. Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77—91.
40. Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
41. Markowitz, H. M. (1987). *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*. Oxford, UK: Basil Blackwell Ltd.
42. Sharpe, W.F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425—442.
43. Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The Review of Economic Studies*, 25, 65—86.

Стаття надійшла до редакції 9.06.2015